**Расчет автопилота тангажа с жесткой обратной связью.**

**Астатический закон управления.**

Возмущенное движение системы самолет - $АП\_{ϑ} ЖОС$ в режиме управления описывается следующими уравнениями:

 $\left\{\begin{array}{c}\left(p+c\_{1}\right)ω\_{z}+\left(c\_{5}p+c\_{2}\right)α+c\_{3}δ\_{В}=0;\\-ω\_{z}+\left(p+c\_{4}\right)α=0;\\ω\_{z}-pϑ=0;\\μ\_{В}ω\_{z}+ν\_{В}\frac{T\_{ν}p+1}{p}ϑ-δ\_{В}=ν\_{В}\frac{T\_{ν}p+1}{p}ϑ\_{зад}.\end{array}\right.$ (1)

Структурная схема, соответствующая системе (1), показана на рисунке:



**Структурная схема системы самолет -** $АП\_{ϑ}$ **ЖОС с астатическим законом управления.**

Передаточная функция замкнутой системы самолет – АП, соответствующая структурной схеме, записывается как

$$Ф\_{\frac{ϑ}{ϑ\_{зад}}}\left(p\right)=\frac{ν\_{В}k\_{c}^{\*}\left(T\_{V}p+1\right)\left(T\_{ν}p+1\right)}{A\_{0}s^{4}+A\_{1}s^{3}+A\_{2}s^{2}+A\_{3}s+A\_{4}} , (2)$$

где $k\_{c}^{\*}=c\_{3}c\_{4};$

$$A\_{0}=1;$$

$$A\_{1}=c\_{1}+c\_{4}+c\_{5}+μ\_{В}c\_{3};$$

$A\_{2}=c\_{1}c\_{4}+c\_{2}+μ\_{В}c\_{3}c\_{4}+i\_{В}c\_{3};$ (3)

$$A\_{3}=i\_{В}c\_{3}c\_{4}+ν\_{В}c\_{3};$$

$$A\_{4}=ν\_{В}c\_{3}c\_{4}.$$

Эта передаточная функция обладает двумя «нулями», один из которых является «неуправляемым» $\left(λ=-1/T\_{V}\right)$, неидентифицируемым и некомпенсируемым в полете. Поэтому зададим передаточную функцию эталонной системы в виде

$$Ф\_{э}\left(p\right)=\frac{k\_{Э}\left(T\_{V}p+1\right)\left(T\_{Э}p+1\right)}{A\_{0Э}s^{4}+A\_{1Э}s^{3}+A\_{2Э}s^{2}+A\_{3Э}s+A\_{4Э}}, (4)$$

причем $k\_{Э}=A\_{4Э}$.

Передаточная функция эталонной разомкнутой системы в соответствии с (4) представляется как

$$W\_{Э}\left(p\right)=\frac{k\_{Э}\left(T\_{V}p+1\right)\left(T\_{Э}p+1\right)}{s^{2}\left(A\_{0Э}s^{2}+A\_{1Э}^{'}s+A\_{2Э}^{'}\right)}, (5)$$

где

$$A\_{0Э}=1;$$

$A\_{1Э}^{'}=A\_{1Э}-k\_{Э}T\_{V}T\_{Э}$; (6)

$$A\_{2Э}^{'}=A\_{2Э}-k\_{Э}\left(T\_{Э}+T\_{V}\right).$$

ЛАФЧХ разомкнутой эталонной системы изображены на рисунке:



Если $\left|\sqrt{A\_{2Э}^{'}}\right|<\frac{10}{T\_{V}},$ то первый «излом» ЛАЧХ эталонной системы определяется частотой, равной $1/T\_{Э}$. При $\left|\sqrt{A\_{2Э}^{'}}\right|\geq \frac{10}{T\_{V}}$ этот излом определяется частотой, равной $1/T\_{V}$.

Для ЛАЧХ эталонной системы выдерживаются следующие соотношения:

при $\left|\sqrt{A\_{2Э}^{'}}\right|<\frac{10}{T\_{V}}$

$$ω\_{k}^{2}=\frac{ω\_{с}}{T\_{Э}};$$

$$ω\_{с}=\frac{0.9-1}{T\_{V}}; (7)$$

$$T\_{Э}≅10T\_{V};$$

при $\left|\sqrt{A\_{2Э}^{'}}\right|\geq \frac{10}{T\_{V}}$

$$\frac{1}{ω\_{с}T\_{Э}}\geq 2;$$

$$ω\_{k}^{2}=\frac{ω\_{с}}{T\_{V}}; (8)$$

$$T\_{Э}≅0.1T\_{V};$$

$$t\_{рег ϑ}≅\frac{2.5}{ω\_{с}}.$$

Для обоих случаев справедливо, что

$$ω\_{k}^{2}=k\_{Э} (9)$$

и что

$$\frac{A\_{1Э}^{'}}{2\sqrt{A\_{2Э}^{'}}}=1. (10)$$

Выражение (10) соответствует условию, при котором относительный коэффициент затухания колебательного звена в передаточной функции (5) равен 1. Передаточная функция разомкнутой проектируемой системы самолет – АП после замыкания контура управления по цепи сигнала $ω\_{z}$ в соответствии с (1) записывается как

$$W\_{\frac{ϑ}{ϑ\_{зад}}}\left(p\right)=\frac{ν\_{В}k\_{c}^{'}\left(T\_{V}p+1\right)\left(T\_{ν}p+1\right)}{p^{2}\left(\left(T\_{α}^{'}\right)^{2}p^{2}+2ζ\_{α}^{'}T\_{α}^{'}p+1\right)}. (11)$$

Тогда из условия $A\_{iЭ}=A\_{i}$ получаем, что

$$k\_{Э}=ν\_{В}k\_{c}^{'}A\_{2Э}^{'};$$

$$\left(T\_{α}^{'}\right)^{2}A\_{2Э}^{'}=A\_{0Э}; (12)$$

$$A\_{1Э}=2ζ\_{α}^{'}T\_{α}^{'}A\_{2Э}^{'};$$

причем

$$k\_{c}^{'}=\frac{k\_{с}}{1+μ\_{В}k\_{с}};$$

$$T\_{α}^{'}=\frac{T\_{α}}{\sqrt{1+μ\_{В}k\_{с}}}; (13)$$

$$ζ\_{α}^{'}=\frac{2ζ\_{α}T\_{α}+μ\_{В}k\_{с}T\_{V}}{2T\_{α}^{'}}.$$

Из совместного решения (7), (8) с учетом (11) - (13) окончательно получаем:

при $T\_{V}<10T\_{α}^{'}$

$$i\_{В}=\frac{0.9-1}{k\_{c}^{'}T\_{V}}; (14)$$

$$ν\_{В}=\frac{0.09-0.1}{k\_{c}^{'}T\_{V}^{2}} или ν\_{В}=\frac{i\_{В}}{10T\_{V}}; (15)$$

при $T\_{V}\geq 10T\_{α}^{'}$

$$i\_{В}=\frac{0.5}{k\_{c}^{'}T\_{V}}; (16)$$

$$ν\_{В}=\frac{5}{k\_{c}^{'}T\_{V}^{2}} или ν\_{В}=\frac{10i\_{В}}{T\_{V}}. (17)$$

Величина передаточного числа $АП\_{ϑ}$ по сигналу угловой скорости $ω\_{z}$ рассчитывается по выражению (как для автопилота угла тангажа с жесткой обратной связью со статическим законом управления):

$$μ\_{В}=-\frac{a}{2}+\sqrt{\frac{a^{2}}{4}-b}; (18)$$

$$a=\frac{2(c\_{1}+c\_{5}-c\_{4})}{c\_{3}}; (19)$$

$$b=\frac{\left(c\_{1}+c\_{4}+c\_{5}\right)^{2}-4\left(c\_{1}c\_{4}+c\_{2}\right)}{c\_{3}^{2}}. (20)$$

 Для осуществления численного интегрирования методом Эйлера приведем систему (1) к форме Коши:

$$\left\{\begin{array}{c}\dot{ω\_{z}}=-ω\_{z}∙\left(c\_{1}+c\_{5}+c\_{3}∙μ\_{В}\right)-α∙\left(c\_{2}-c\_{4}c\_{5}\right)-x\_{1}∙c\_{3}∙ν\_{В};\\\dot{α}=ω\_{z}-α∙c\_{4};\\\dot{x}\_{1}=x\_{2};\\\dot{x}\_{2}=ω\_{z};\end{array}\right.$$

здесь:

$$x\_{1}=\frac{1}{p}\left(ϑ-ϑ\_{зад.}\right);$$

$$x\_{2}=ϑ-ϑ\_{зад.}.$$

Начальные условия:

$$t=0;$$

$$ϑ\_{зад.}(0)=1;$$

$$\dot{ϑ}\_{зад.}(0)=0;$$

$$ω\_{z}\left(0\right)=0;$$

$$ϑ\left(0\right)=α\left(0\right)=α\_{Г.П.};$$

$$x\_{1}\left(0\right)=0;$$

$$x\_{2}\left(0\right)=-1+α\_{Г.П.}$$

Численное интегрирование методом Эйлера осуществляется по формуле:

$$y\_{i}^{k}=y\_{i-1}^{k}+h∙f\left(y\_{i-1}^{1},y\_{i-1}^{2},…,y\_{i-1}^{n} \right).$$

Реализуем численный метод в системе Wolfram Mathematica 7 и полученный результат сравним с результатом аналитического решения.

Как видно из графика, численный метод дает приемлемое решение. Максимальная ошибка составляет 0.2%, что вполне допустимо, если учесть, что коэффициенты аэродинамических сил и моментов определяются с погрешностью $\pm 10\%$.